古周髀算經

圓方句股圖解序

後學戴培著

圓方句股之說出於古周髀筭經者周公之遺書也舊有圖解若干趙君卿所撰也新增圖解若干余所撰也夫新增者何爲而作耶余觀諸家筭術最疎謬者莫如圓田之屬蓋彼尊信圍三徑一舊率而執守之不肯運一規於壁間以尺量之較其是否儒者之學以

格物窮理爲先務。數居六藝之一。規矩方圓之至。此最易察者。而尚莫能辨。何況理之玄奥者乎。無待運規。不拘何等圓器。但周徑分明者皆可較耳。用紙一條。圍器一周。均作三折。以較其徑。顯然不相合矣。是知圍三徑一之說。姑舉大槩而言。非密率也。古周髀算經首章。載周公與商高相問荅。此理甚明。後人續以圍三徑一之術。蓋傳訛也。商高所謂圓

出於方方出於矩矩出於九九八十一又曰環矩以爲圓合矩以爲方方屬地圓屬天天圓地方方數爲典以方出圓今詳其意謂畫方形若棋盤紋每行九寸九行共有八十一寸却於四隅之外運規爲圓與四隅適相投較量四面方外餘圓各長一尺則其一周共有四尺是謂出於矩耳傳曰不以規矩不能成方圓此之謂也今之學者小九九尚不熟

何況以語其圓率之疎密也哉即有通筭者

亦以爲丈量田地不過得其大畧揔差一二

步何妨也殊不知聖人設此術豈專爲圓田

耶大而璇璣玉衡小而黃鍾玉琯凡爲圜器

必求周徑豈容一秒一忽而有錯誤寧於求

圓之謬而竟不之察乎今編此書雖採古人

成說而獨詳於求圓一事葢欲微顯闡幽補

其闕畧而已

方圓密率算術周徑冪積相求

周求徑者置周全數九因四十除之所得自乘倍之為實開平方法除之得徑徑求周者置徑全數自乘半之為實開平方法除之所得四十乘之九歸得周周求面冪者置周全數九因四十除之所得自乘倍之為實又自乘畢以一百乘之一百六十二除之所得為實開平方法除之得面冪

徑求面羃者置徑全數自乘爲實又自乘畢一百乘之一百六十二除之所得爲實開平方法除之得面羃面羃求周及徑者置面羃全數自乘所得一百六十二乘之一百除之爲實開平方法除之所得副置其一折半爲實開平方法除之所得四十乘之九歸得周其一則不折半但以開平方法除之得徑此乃周公所撰而筭家失其傳故表出之

圓方圖解凡例

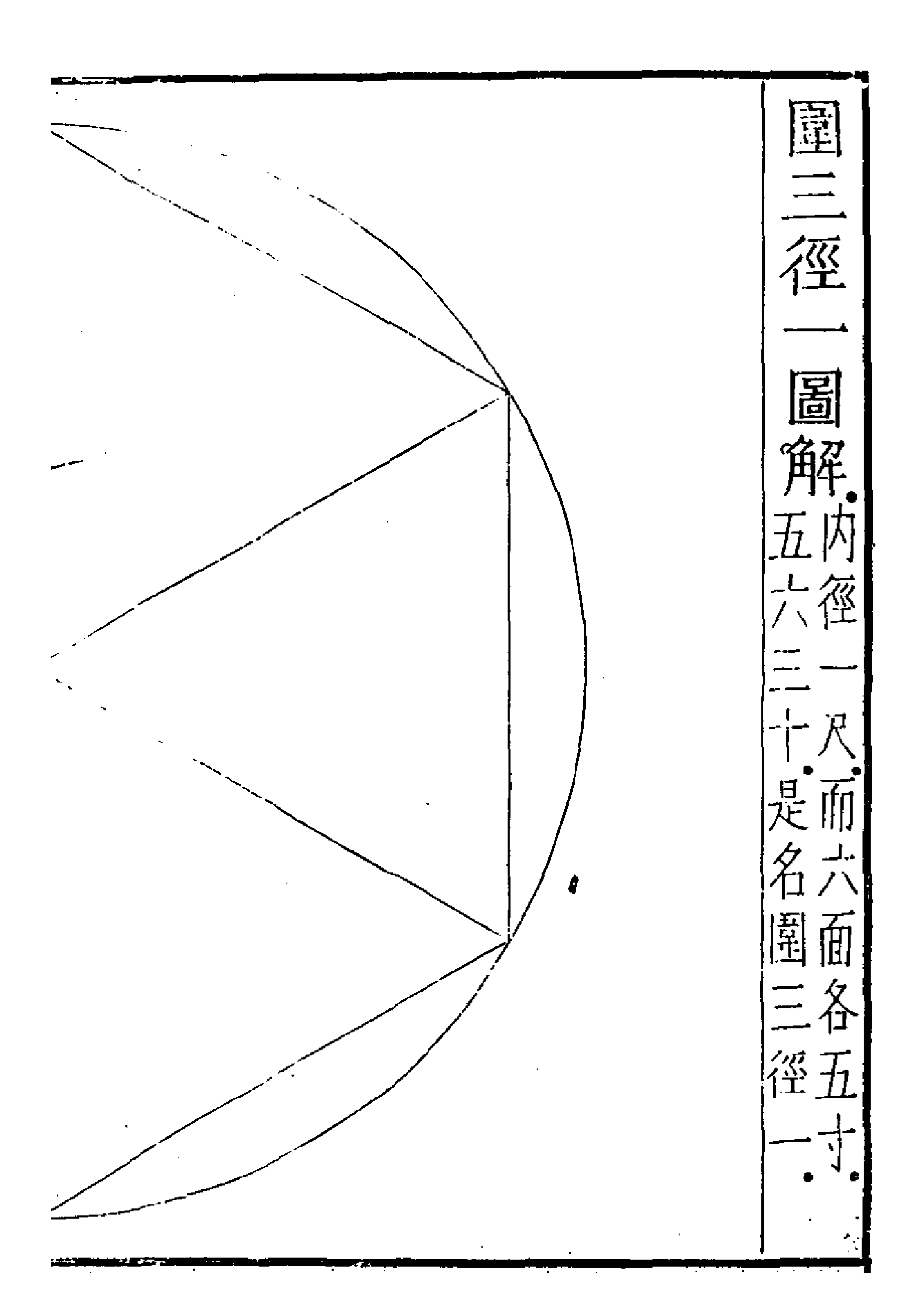
一蓋天之學固疎於渾天然而中間以方測圓一節實是玄妙不可以其所短棄其所長也況一切筭書泥於圜三徑一疎舛之率雖劉徽王蕃祖沖之輩素號知筭創制密率名密實疎不如周髀所載實乃古法以其深奧世莫能曉雖趙君卿李淳風等尚未究其根柢沖之輩

豈能識之歟。今擇圓方筭率一段。而表章之。以爲圓方密率之本源也。

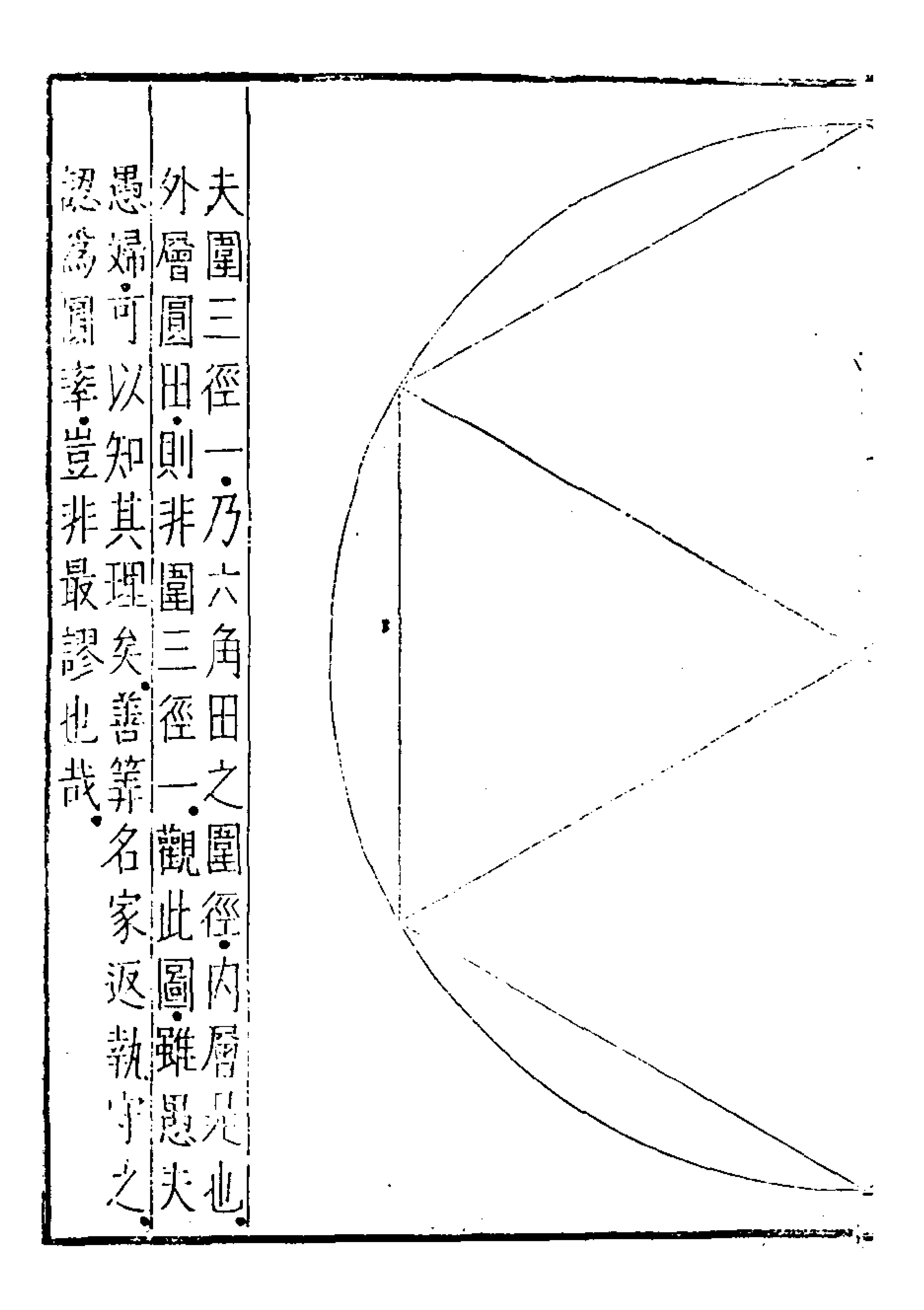
一君卿舊註。煩者刪之。斷者續之。不必盡依舊註。

一除圓內容方筭率外。凡係天文曆法。今並不述。

一舊有圖若干。新添圖若干。各隨經文次序列之。

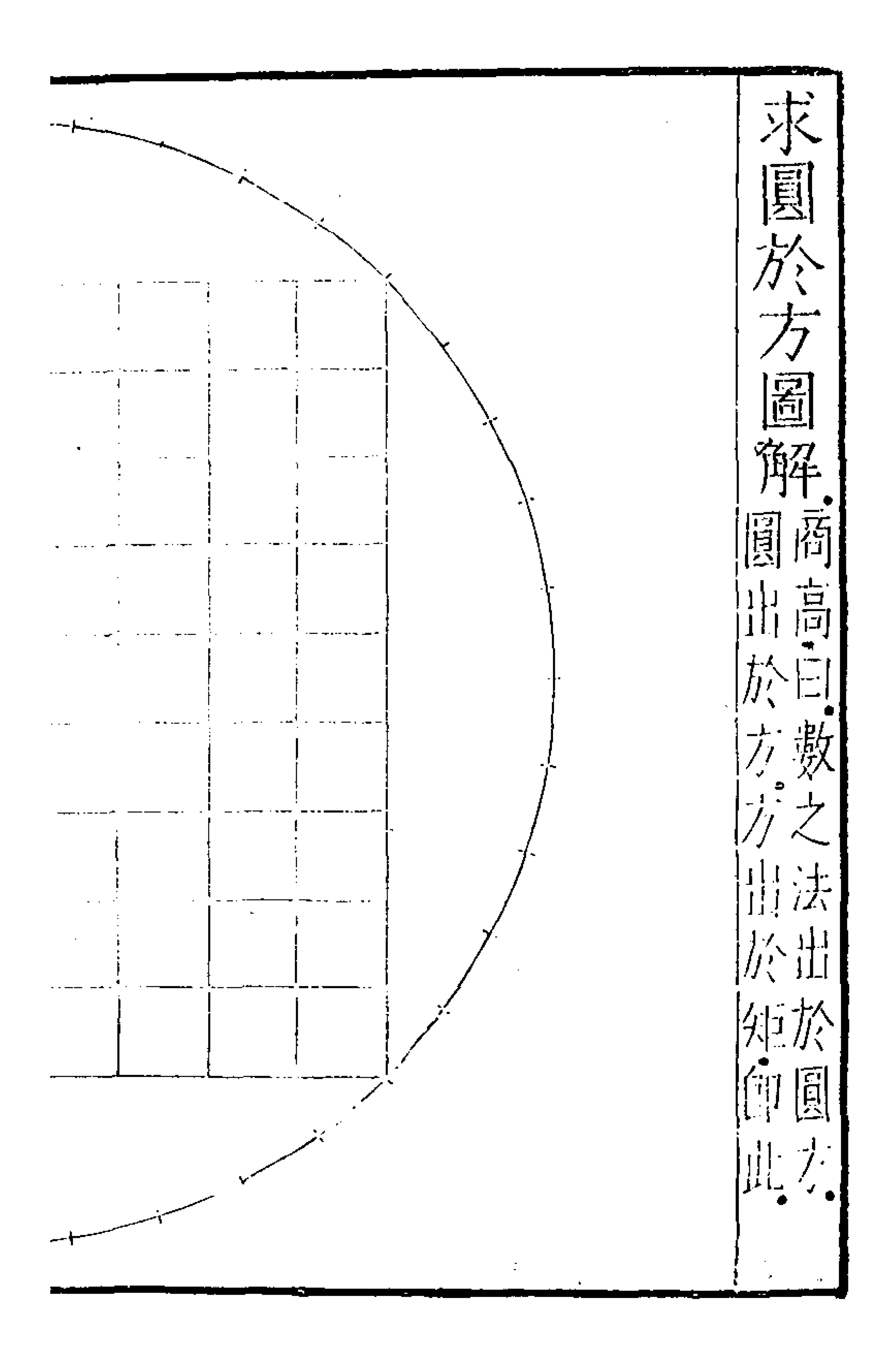


圜三徑一圖解。內徑一尺。而六面各五寸。五六三十。是名圜三徑一。

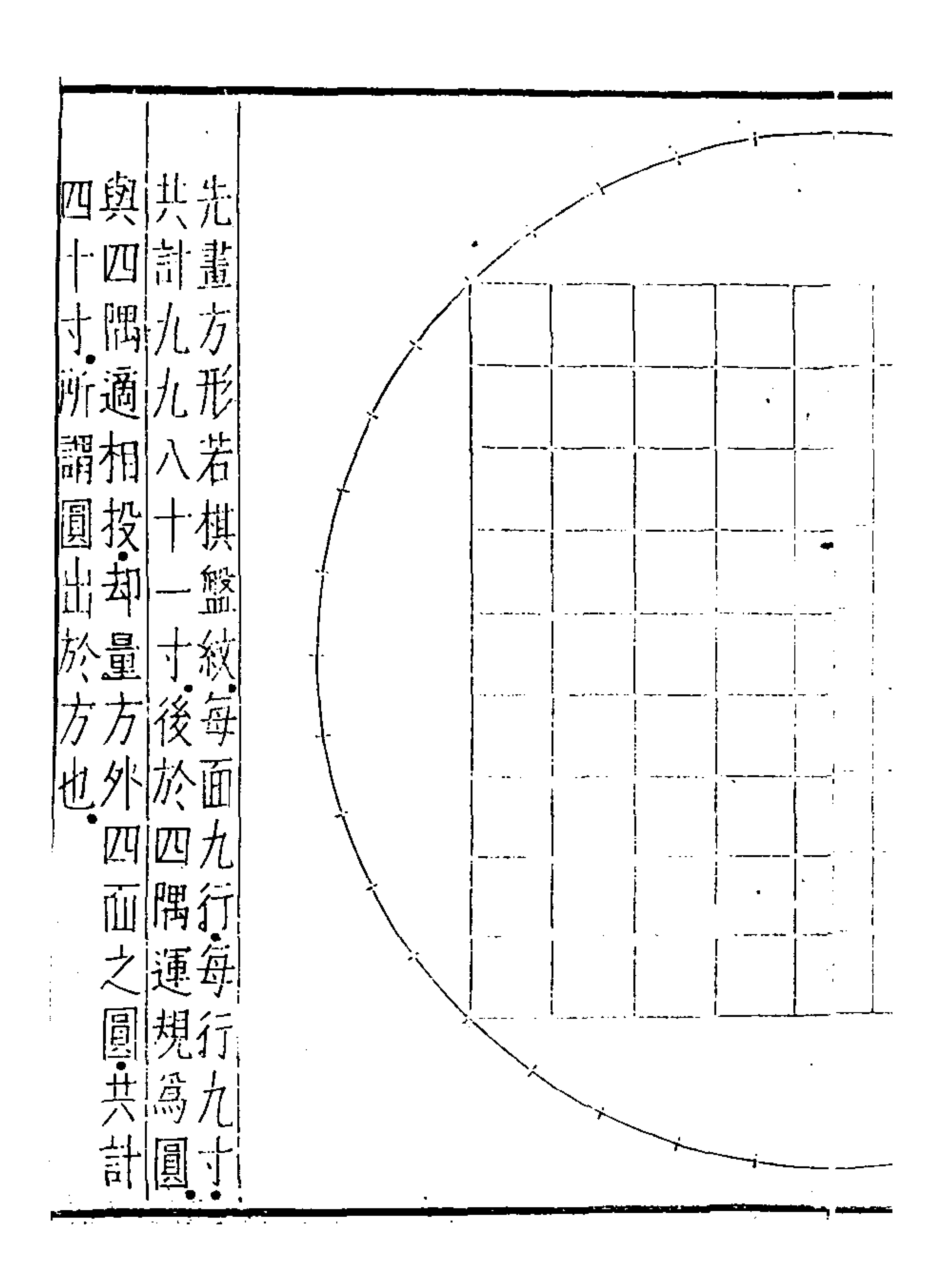


夫圍三徑一。乃六角田之圍徑。內層是也。外層圓田。則非圍三徑一。觀此圖。雖愚夫愚婦。可以知其理矣。善算名家返執守之。認爲圓率。豈非最謬也哉。

求圓於方圖解。商高曰。數之法出於圓方。圓出於方。方出於矩。即此。



先畫方形若棋盤紋。每面九行。每行九寸。共計九九八十一寸。後於四隅運規爲圓。與四隅適相投。却量方外四面之圓。共計四十寸。所謂圓出於方也。



周髀序

後漢趙君卿撰

夫高而大者莫大於天厚而廣者莫廣於地體恢宏而廓落形脩廣而幽清可以玄象課其進退然而弘遠不可指掌也可以晷儀驗其長短然而巨闊不可度量也雖窮神知化不能極其妙探賾索隱不能盡其微是以詭異之說出則兩端之理生遂有渾天蓋天兼

而並之。故能彌綸天地之道。有以見天地之賾。則渾天有靈憲之文。蓋天有周髀之法。累代存之。官司是掌。所以欽若昊天。恭授民時。爽以暗蔽。才學淺昧。憐高山之仰止。慕景行之軌轍。負薪餘日。聊觀周髀。其旨約而遠。其言曲而中。將恐廢替濡滯不通。使談天者無所取則。輒依經爲圖。仍冀頹毀重級之牆。披露堂室之奧。庶博物君子。時迴思焉。

古周髀筭經

後漢趙君卿註

後學戴堉圖解

昔者周公問於商高曰。竊聞乎大夫善數也。請問古者包犧立周天曆度。夫天不可階而升。地不可尺寸而度。請問數安從出。

趙君卿註曰。商高周時賢大夫。善筭者也。以商高善數。請問其目。

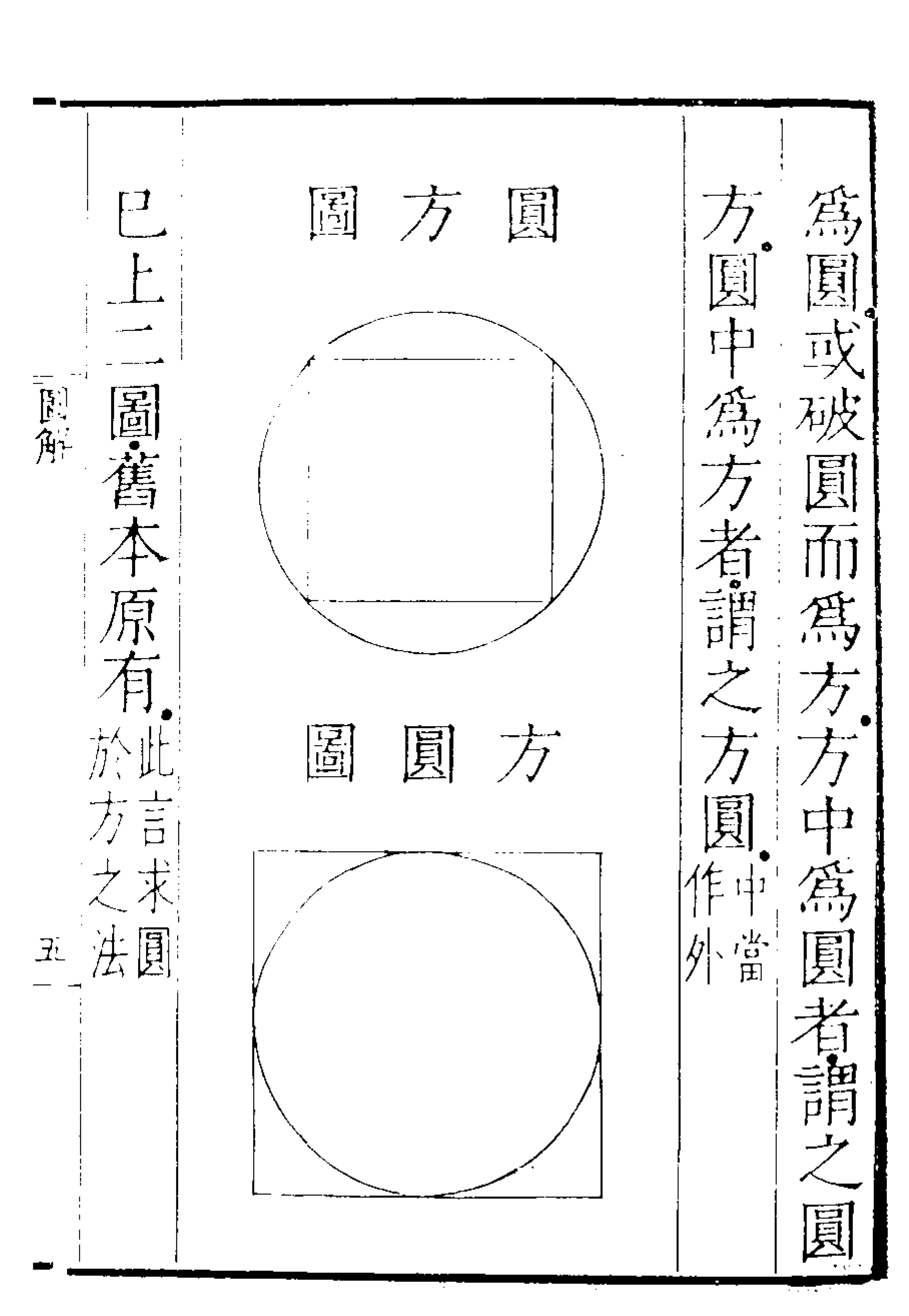
商高曰數之法出於圓方圓出於方方出於矩矩出於九九八十一

趙君卿註曰圓方者天地之形陰陽之數圓規之數理之以方方周匝也方正之物出之以矩矩廣長也推圓方之率適廣長之數須乘除以計之九九者乘除之原也

又曰此言求圓於方之法萬物周事而圓方用焉大匠造制而規矩設焉或毀方而

爲圓或破圓而爲方方中爲圓者謂之圓

方圓中爲方者謂之方圓中當作外

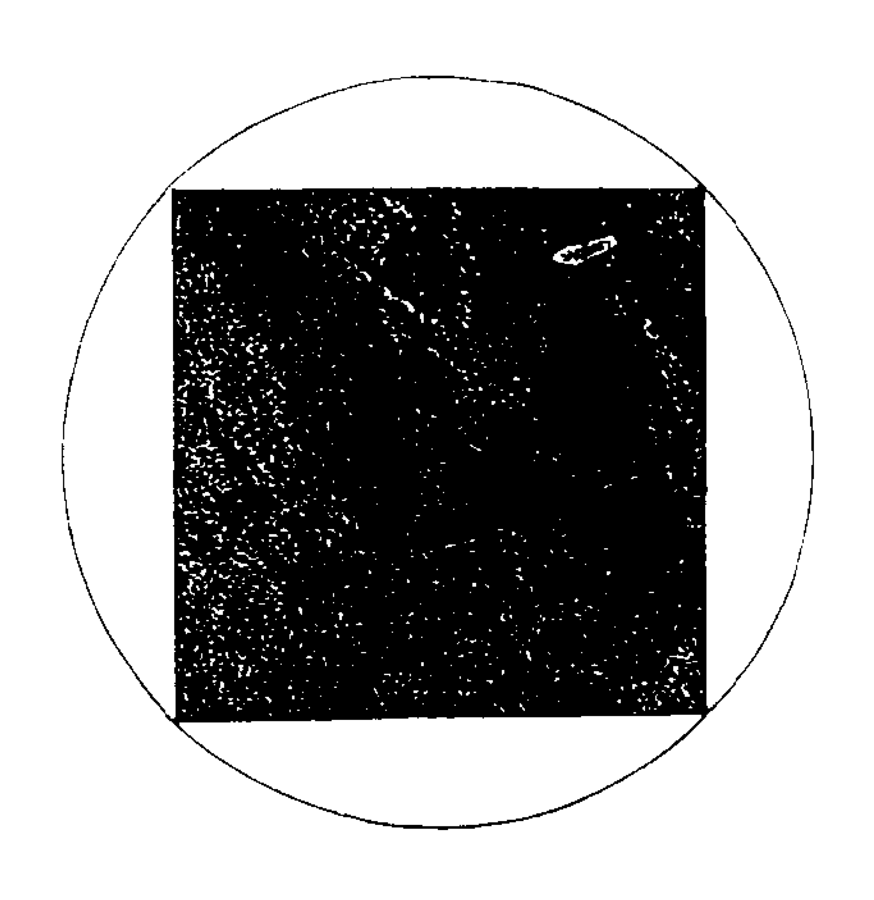


圓方圖

方圓圖

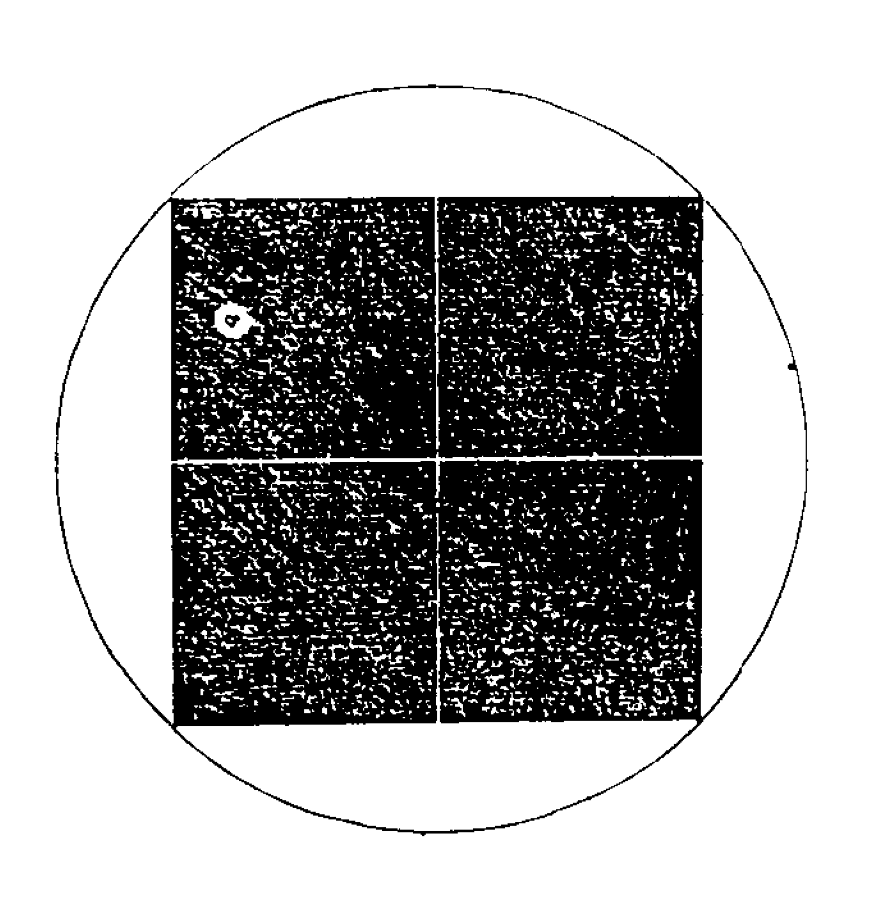
已上二圖舊本原有此言求圓於方之法

容方一一如一



載堉圖解曰。今有方池一所。每面方一尺。
欲要改爲圓池。問圓池周徑各幾何。
荅曰。周四尺四寸四分四氂四毫四絲四忽四微四纖。
徑一尺四寸一分四氂二毫一絲三忽五微六纖。
法曰。置方一尺。以四十乘之。九歸。得四尺四寸四分有奇。卽周。又置方一尺。以一尺四寸一分四氂二毫一絲三忽五微六纖乘之。一尺除之。所得卽徑。

容方二二如四



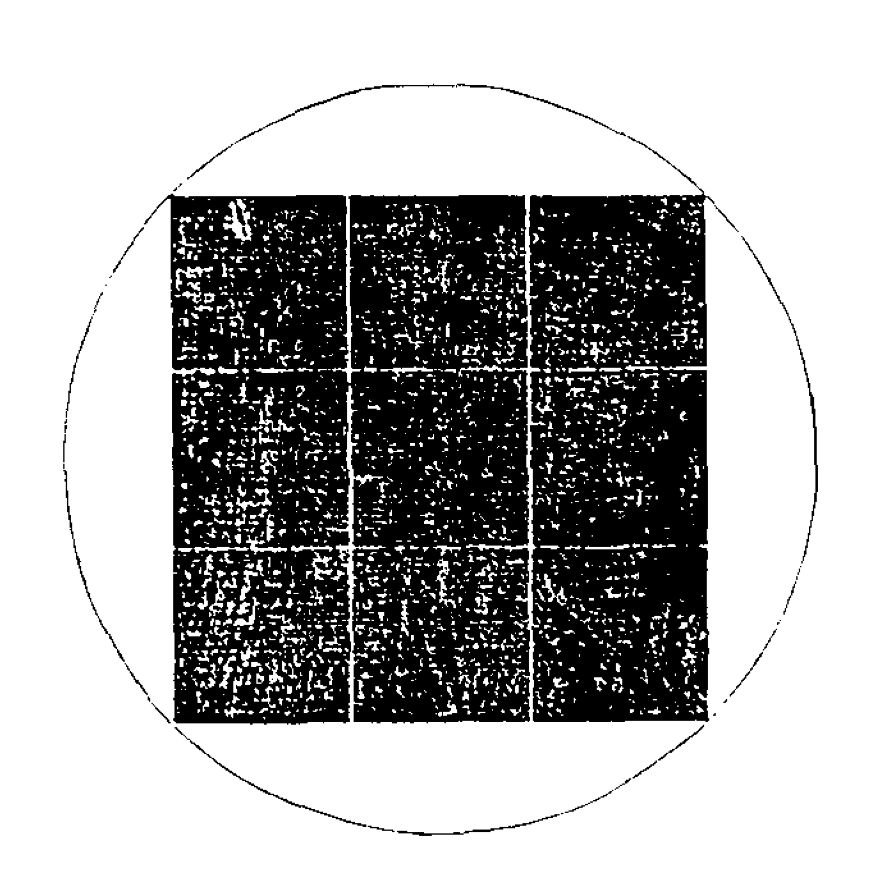
載堉圖解曰。今有方池一所。每面方二尺。欲要改為圓池。問圓池周徑各幾何。

答曰。周八尺八寸八分八釐八毫八絲八忽八微八纖。

徑二尺八寸二分八釐四毫二絲七忽一微二纖。

法曰。置方二尺。以四十乘之。九歸得八尺八寸八分有奇。卽周。又置方二尺。以一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖乘之。一尺除之。所得卽徑。

容方三三如九



載增圖解曰。今有方池一所。每面方三尺

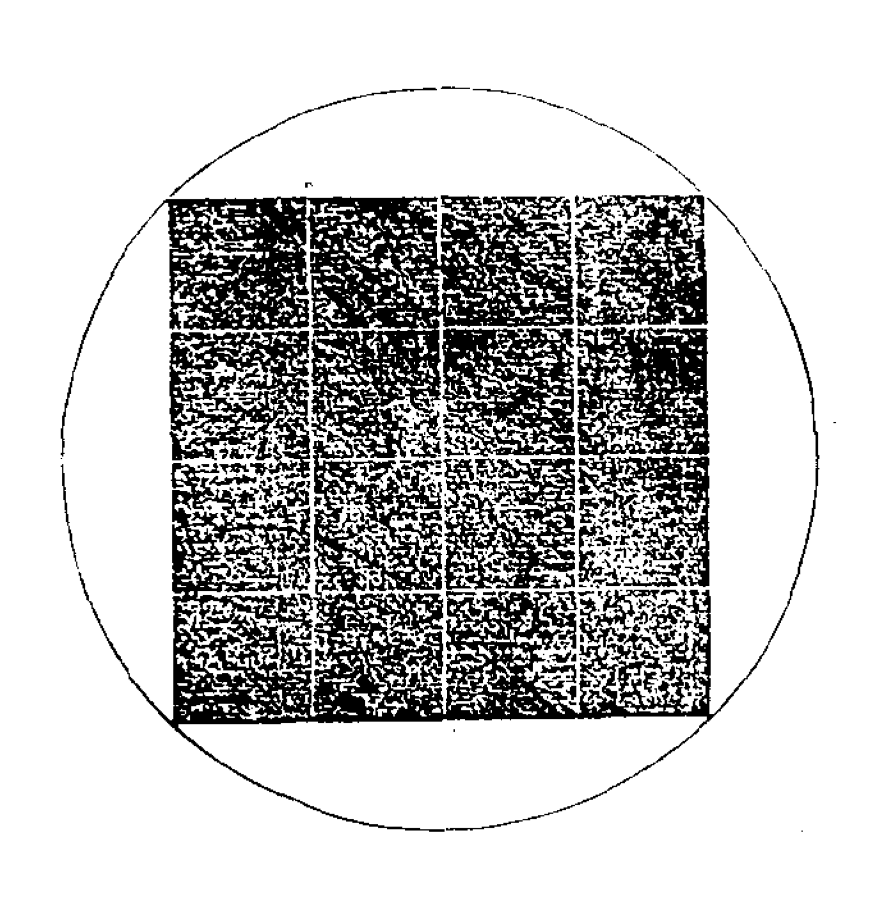
欲要改爲圓池。問圓池周徑各幾何。

荅曰。周一丈三尺三寸三分三釐三毫三絲三忽三微。

徑四尺二寸四分〇二釐六毫四絲忽六微八纖。

法曰。置方三尺。以四十乘之。九歸得一丈三尺三寸三分有奇。卽周。又置方三尺。以一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖乘之。一尺除之。所得卽徑。

容方四四一十六



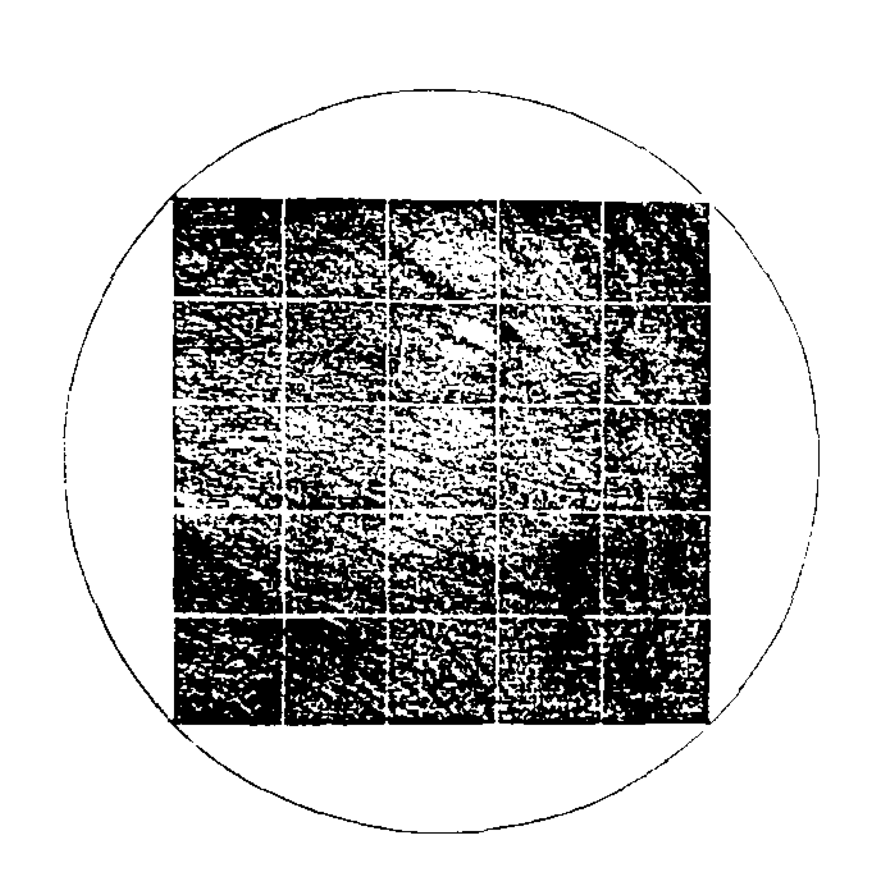
載堉圖解曰。今有方池一所。每面方四尺。欲變改為圓池。問圓池周徑各幾何。

荅曰。周一丈七尺七寸七分七絲七忽七微七釐七毫七

徑五尺六寸五分六釐八毫五絲四忽二微四纖。

法曰。置方四尺。以四十乘之。九歸得一丈七尺七寸七分有奇。即周。又置方四尺。以一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖乘之。一尺除之。所得即徑。

容方五五二十五



載堉圖解曰。今有方池一所。每面方五尺。

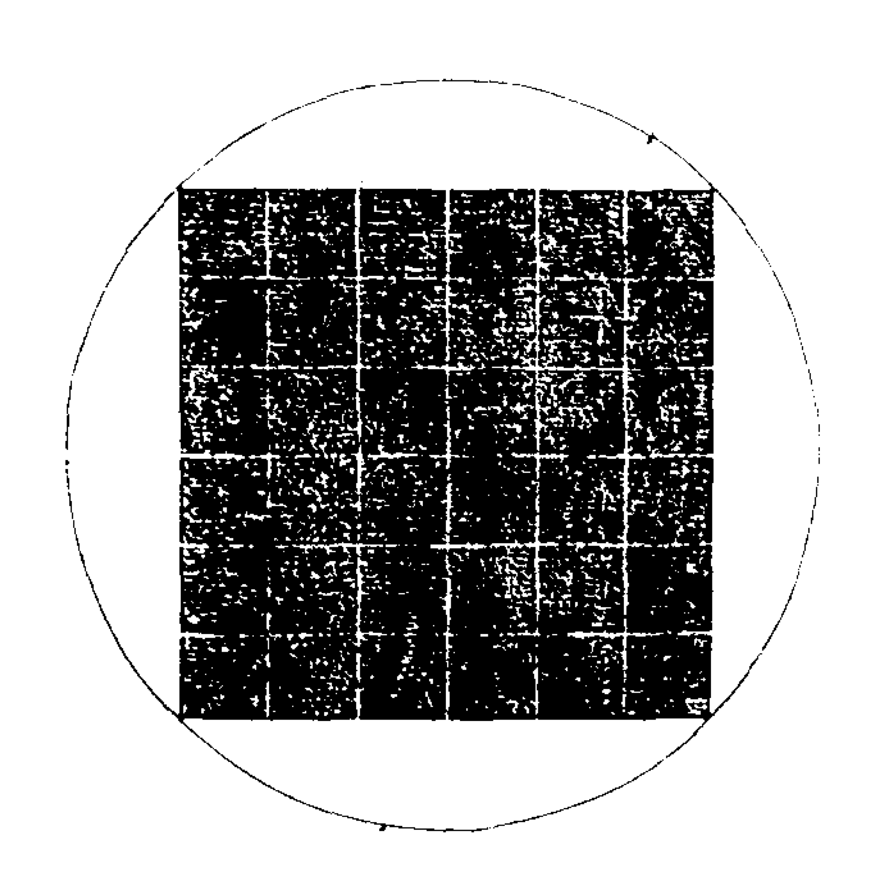
欲要改爲圓池。問圓池周徑各幾何。

荅曰。周二丈二尺二寸二分一釐二毫二絲二忽二微。

徑七尺○寸七分一釐○毫六絲七忽八微。

法曰。置方五尺。以四十乘之。九歸得二丈二尺二寸二分有奇。即周。又置方五尺。以一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖乘之。一尺除之。所得即徑。

容方六六三十六



載堉圖解曰今有方池一所每面方六尺

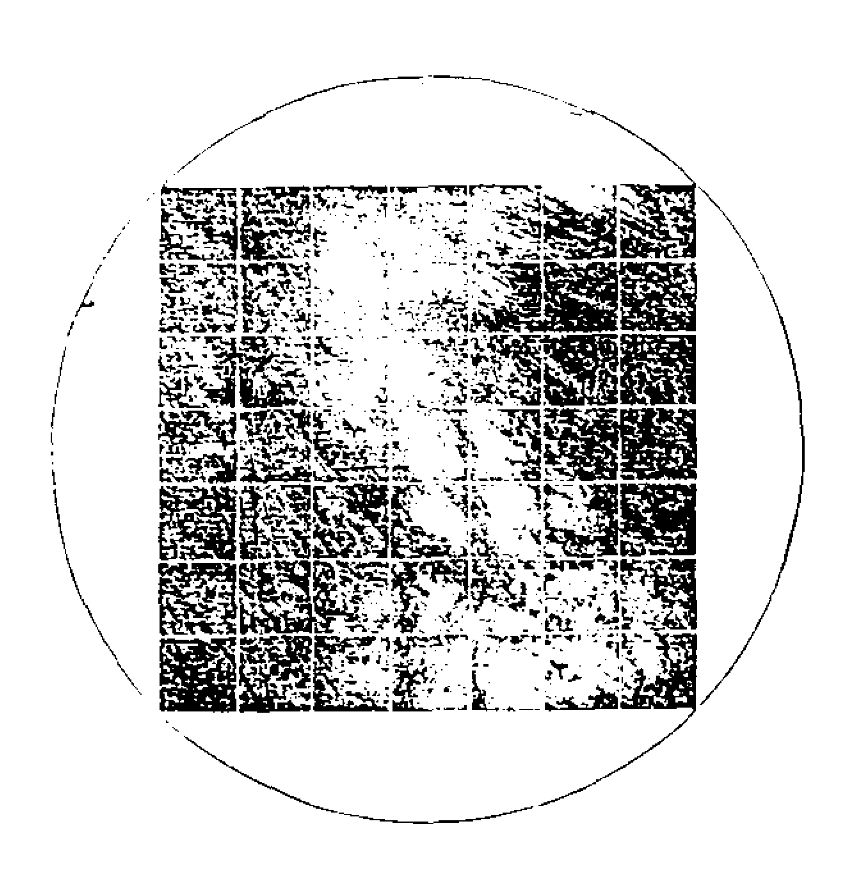
欲要改為圓池問圓池周徑各幾何

荅曰周二丈六尺六寸六分六氂六毫六絲六忽六微

徑八尺四寸八分五氂二毫八絲一忽三微六纖

法曰置方六尺以四十乘之九歸得二丈六尺六寸六分有奇即周又置方六尺以一尺四寸一分四氂二毫一絲三忽五微六纖乘之一尺除之所得即徑

容方七七四十九



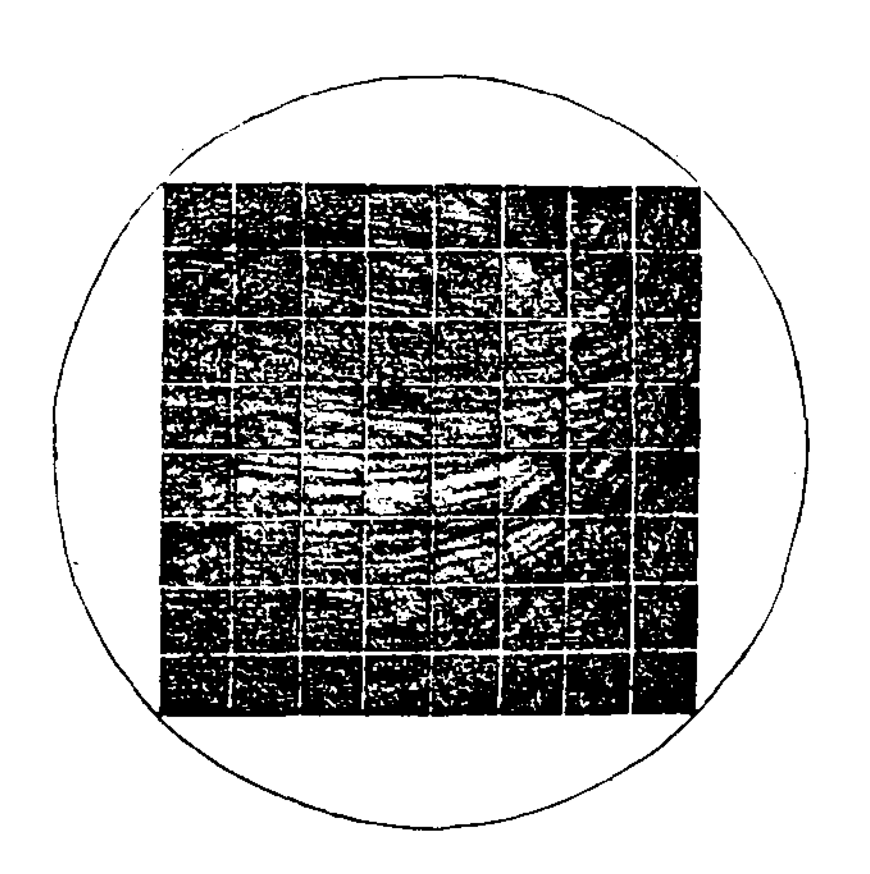
輯堉圖解曰。今有方池一所。每面方七尺。欲要改為圓池。問圓池周徑各幾何。

荅曰。周三丈一尺一寸一分一絲一忽一微。一釐一毫一

徑九尺八寸九分九釐四毫九絲四忽九微二纖。

法曰。置方七尺。以四十乘之。九歸得三丈一尺一寸一分有奇。卽周。又置方七尺。以一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖乘之。一尺除之。所得卽徑。

容方八八六十四



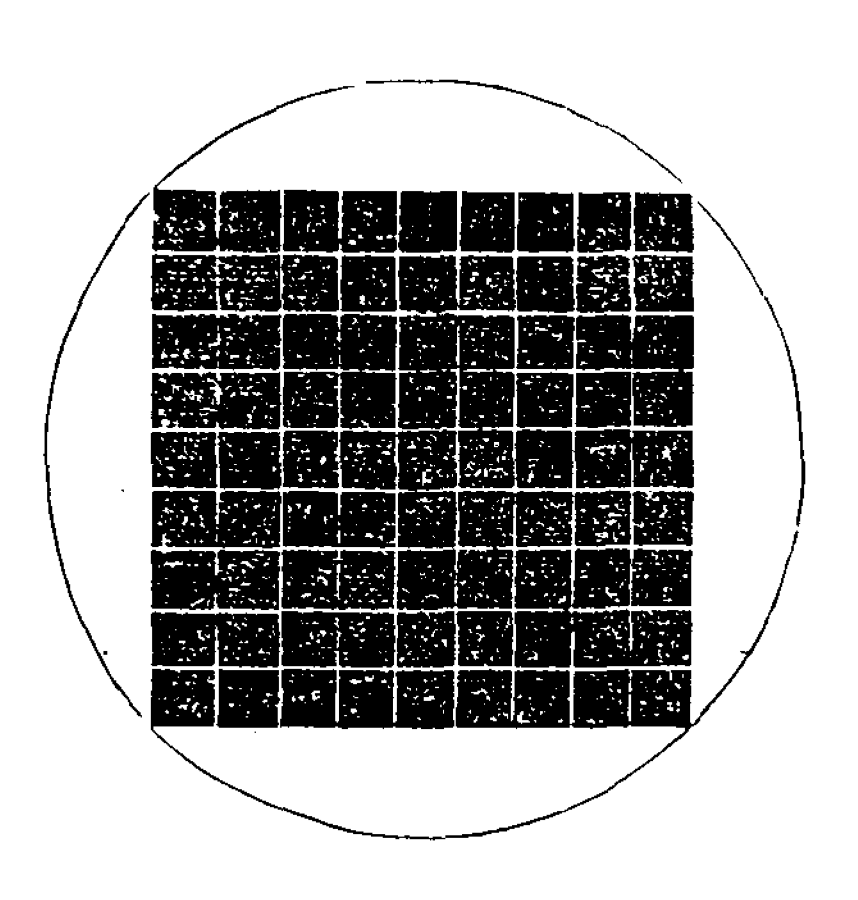
載堉圖解曰今有方池一所每面方八尺欲要改為圓池問圓池周徑各幾何

荅曰周三丈五尺五寸五分五釐五毫五絲五忽五微

徑一丈一尺三寸一分三釐七毫〇絲八忽四微

法曰置方八尺以四十乘之九歸得三丈五尺五寸五分有奇即周又置方八尺以一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖乘之一尺除之所得即徑

容方九九八十一



載堉圖解曰今有方池一所每面方九尺欲要改爲圓池問圓池周徑各幾何

荅曰周四丈（惟此圖無餘分）

徑一丈二尺七寸二分（七釐九毫二絲二忽〇微）

法曰置方九尺以四十乘之九歸得四丈即周又置方九尺以一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖乘之一尺除之所得即徑（商高所謂圓出於方方出於矩矩出於九九八十一者即此）

容方一丈積一百尺

圓中必容方方爲方無形圓有形其方居圓十分之九是故測圓之術必先求其容方而後知其周徑徑求周用弦求勾股之術得其一面之方四十乘方而九除之即圓周也周求徑九因其圓四十除之用勾股求弦之術得其兩角之斜即圓徑也此古法之妙歟

載堉圖解曰今有方池一所每面方一丈欲要改為圓池問圓池周徑各幾何

荅曰周四丈四尺四寸四分四氂四毫四絲四忽四微

徑一丈四尺一寸四分二氂一毫三絲五忽六微

法曰置方一丈以四十乘之九歸得四丈四尺四寸四分有奇即周又置方一丈以一尺四寸一分四氂二毫一絲三忽五微六纖乘之一尺除之所得即徑

已上十圖皆係新添。世俗視之。澹然無味。達者觀之有無窮之味焉。其容方五及容方十。得河圖之中數。周公嘉量所自出也。惟容方九乃乾卦之陽數。配以四十。坤卦老陰之數。故無餘分。此尤妙中至妙者也。容方八者。祖冲之所造疎淺。率出於此也。一百一十三。三百五十五。皆有餘分。冲之削去。是以疎淺。以此證彼。其謬可知也。

周公曰大哉言數請問用矩之道商高曰平矩以正繩偃矩以望高覆矩以測深臥矩以知遠環矩以爲圓合矩以爲方方屬地圓屬天天圓地方方數爲典以方出圓笠以寫天天青黑地黃赤天數之爲笠也青黑爲表丹黃爲裏以象天地之位是故知地者智知天者聖智出於句句出於矩夫矩之於數其裁制萬物唯所爲耳周公曰善哉

趙君卿註曰物有圓方數有奇耦天動爲圓其數奇地靜爲方其數耦此配陰陽之義非實天地之體也天不可窮而見地不可盡而觀豈能定其圓方乎夫體方則度影正形圓則審實難蓋方者有常而圓者多變故當制法而理之理之法者半周半徑相乘則得方矣又可周徑相乘四而一又可徑自乘三之四而一又可周自乘十

二而一故圓出於方

載堉曰平圓面羃古有四法其二可用其二不可用周徑相乘者是也周徑自乘者非也後二者六角田非圓田也余按商高曰青黑爲表丹黃爲裏以象天地有此器故云耳今以木造成圓方格式其形圓徑與方斜同方中矩圓中規方圓皆厚一寸方每面皆九寸一周共計三十六寸圓每

面皆十寸。一周共計四十寸。用紙條絜圓一匝。絜方一匝。看餘幾寸。若餘四寸。是與筭合。此乃周公所造密率之源流也。

萬曆庚戌。余年七十五。自三月至七月。信手握筆著此三書。以成一家之言。其一曰律呂正論。其二曰嘉量筭經。其三曰圓方圖解。皆樂律書所未載者。

圓方圖解卷終

古周髀筭經圖解

後漢趙君卿註

後學載堉圖解

周髀經文曰。故折矩以爲勾廣三。股修四。徑隅五。

趙君卿註曰。將爲勾股之率。故曰折矩也。横者謂之廣。勾亦廣。廣短也。從者謂之修。股亦修。修長也。徑直。隅角也。亦謂之弦。

載堉圖解曰勾股者筭術之名也其形狀如曲尺故謂之矩尺身短者勾也尺稍長者股也尺稍至尺身斜䌵一線者弦也假如勾三尺股四尺則弦該五尺也

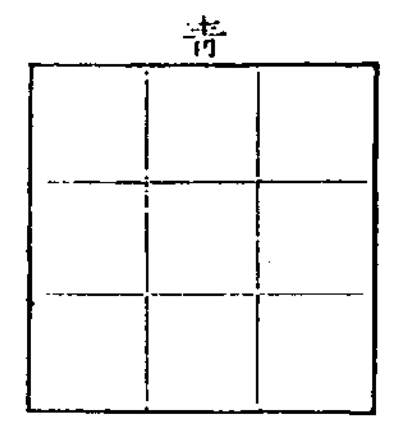
既方之外半其一矩環而共盤得成三四五兩矩共長二十有五是謂積矩

趙君卿註曰勾股之法先知二數然後推一見勾股然後求弦先各自乘成其實實

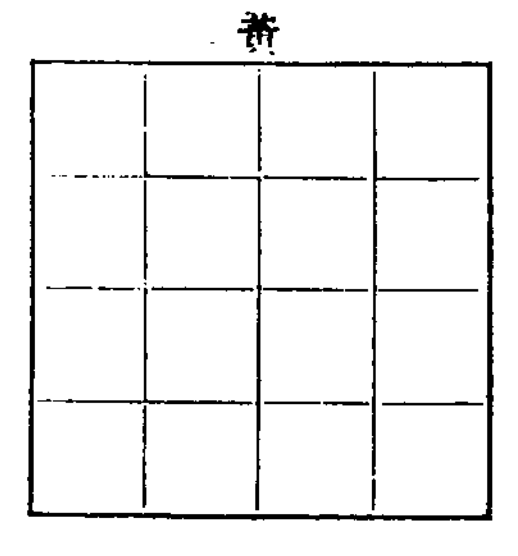
成勢化。外乃變通。故曰。既方其外。或幷勾股之實。以求弦實之中。乃求勾股之分。幷實不正等。更相取與。互有所得。故曰。半其一矩。其術勾股各自乘。三三如九。四四一十六。幷爲弦自乘之實二十五。減勾於弦爲股之實一十六。減股於弦爲勾之實九。兩矩者勾股各自乘之實。共長者幷實之數。將以施於萬事。而此先陳其率也。

載堉圖解曰按經文作既方之外而註文作既方其外之其二字不同必有一誤疑之者誤也其者是也既方其外者言勾實股實弦實三者外面皆方所謂羃也羃者方之義也註文當作或併勾股之實以求弦實弦實之中乃求勾股之分併也此處該重弦實二字原文脫去止存二字讀之文義不相接矣

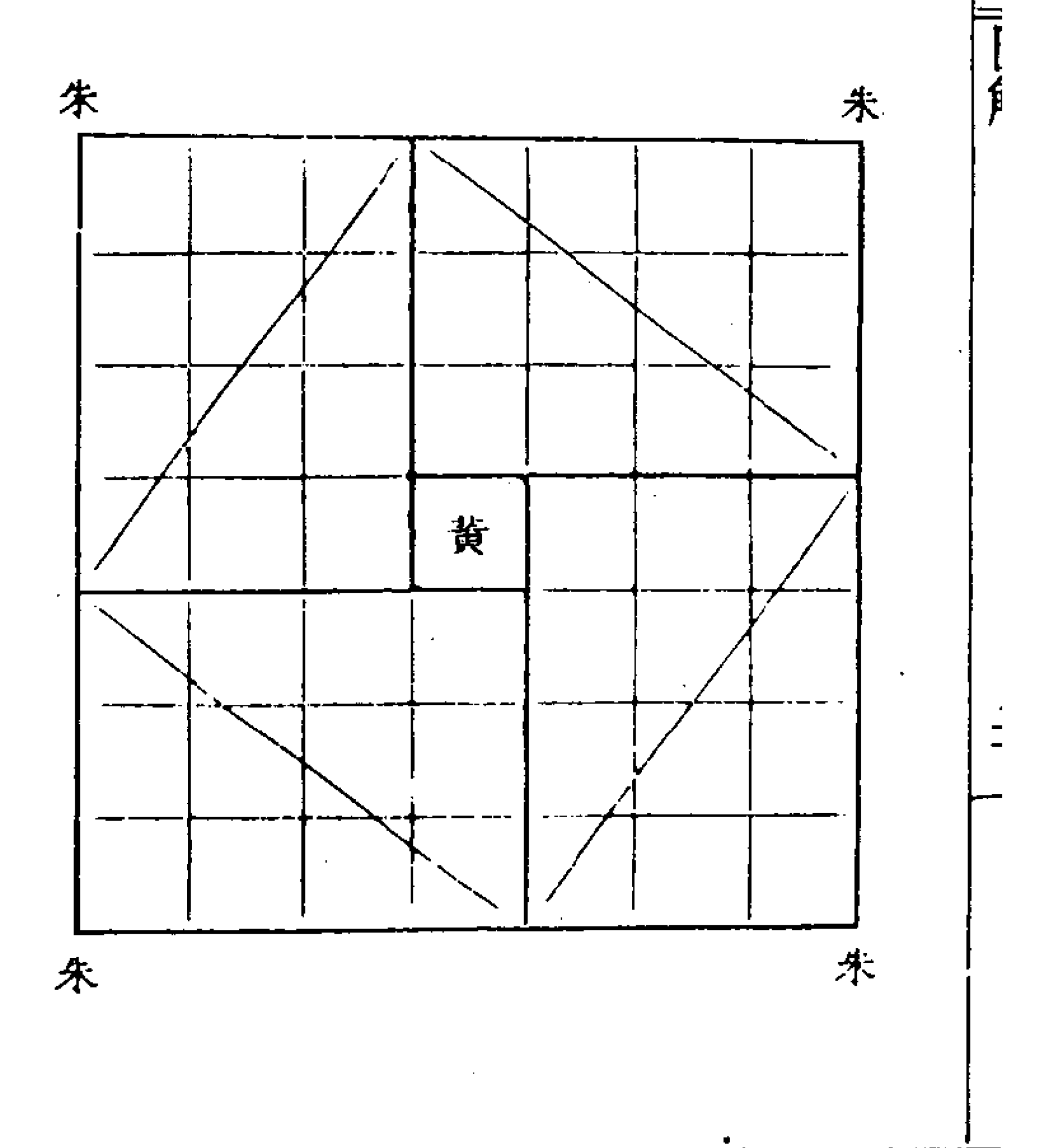
勾實之矩圖



股實之矩圖



弦實之矩圖



趙君卿註曰按弦圖又可以勾股相乘爲朱實二倍之爲朱實四以勾股之差自相乘爲中黃實加差實亦成弦實以差實減弦實半其餘以差爲從法開方除之復得勾矣加差於勾卽股凡并勾股之實卽成弦實或矩於內或方於外形詭而量均體殊而數齊

載堉圖解曰按君卿古註文義深奥讀者

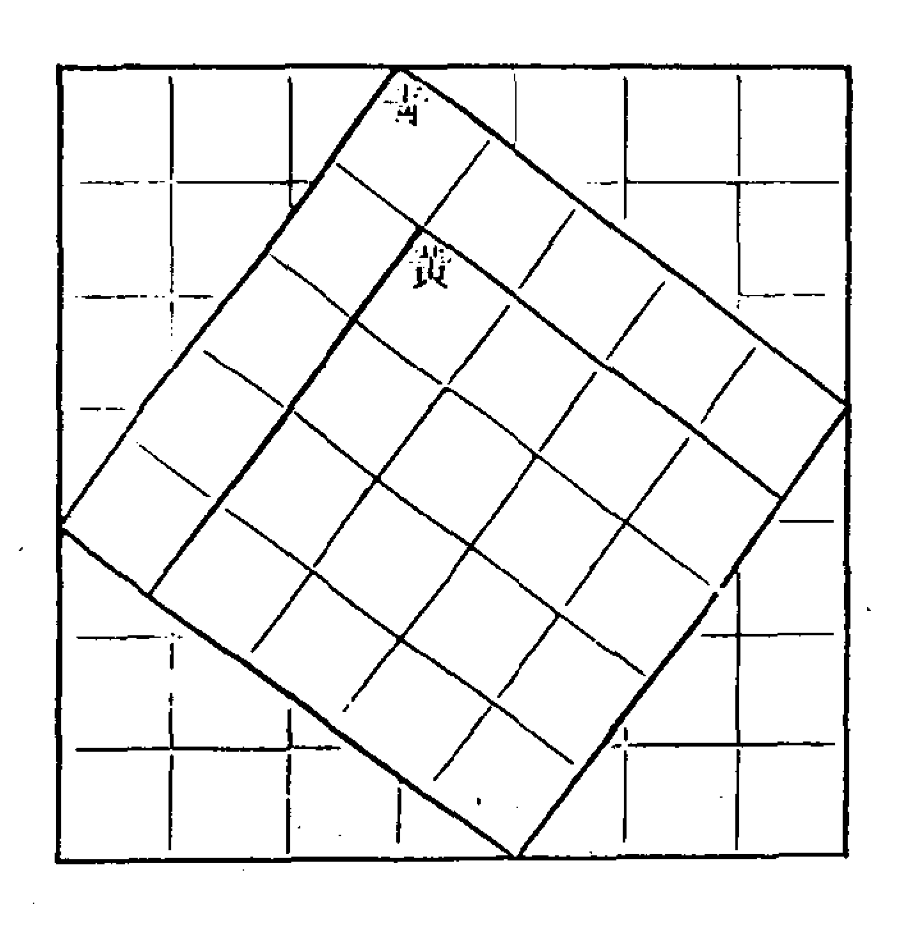
難曉。茲以愚見通俗直說。使人易曉。分作五段解之。大字者卽趙氏本文也。小字者新添箋註也。

按弦圖。卽前大方圖也。又可以勾三股四相乘。得一十二。名爲朱實。蓋用朱筆界畫。故名。二次倍之。得四十八。是爲朱實一十二者四箇也。以勾三股四相減之。所餘一。名曰差。差自相乘。一一如一。爲中黃實一。

以黃筆界畫故名。加差實一。於兩箇朱實內。亦成弦實二十五。以差實一。減弦實二十五。半其餘得一十二。以差一為從法開方除之。復得三。即勾矣。加差一於勾三。即股四。凡幷勾股各自乘之實。即成弦實。共二十五。或矩於內。或方於外。形詭而量均。體殊而數齊。此四句。解見後二段。

右第一段

勾實之矩圖



趙君卿註曰勾實之矩以股弦差爲廣股弦幷爲袤而股實方其裏減矩勾之實於弦實開其餘卽股倍股在兩邊爲從法開矩勾之角卽股弦差加股爲弦以差除勾實得股弦幷以幷除勾實亦得股弦差令幷自乘與勾實爲實倍幷爲法所得亦弦勾實減幷自乘如法爲股

戴堉圖解曰股弦差卽今筭家所謂股弦

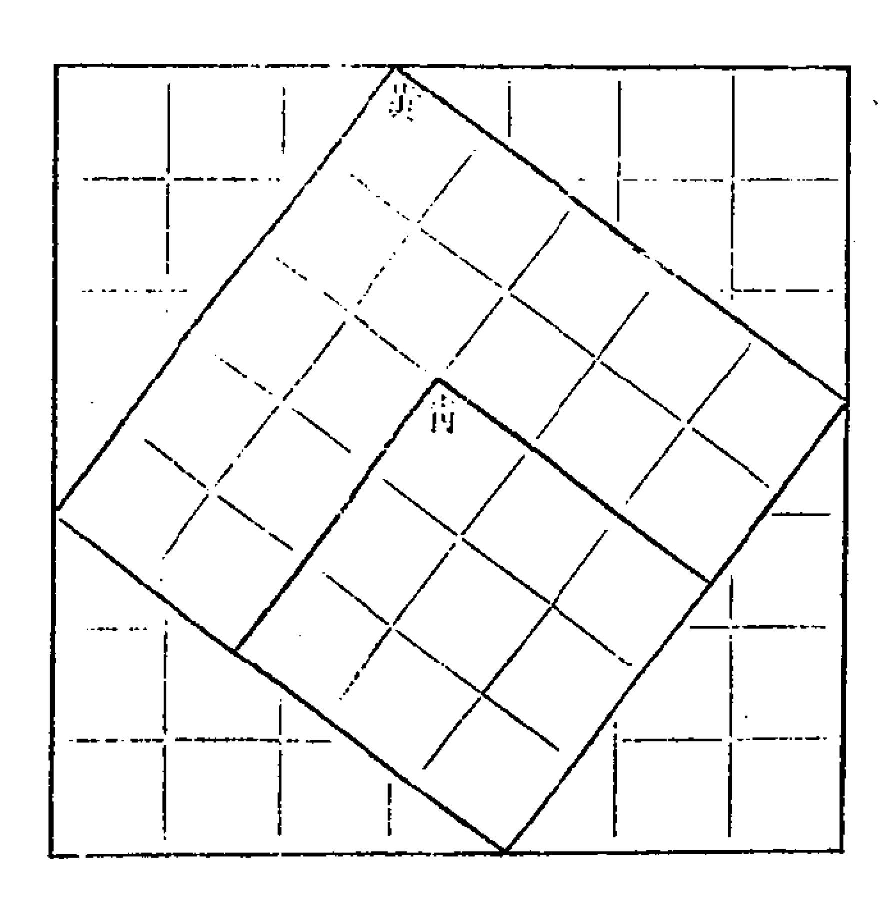
較者是也股弦幷即今筭家所謂股弦和者是也廣者短而闊者也袤者長而曲者也餘詳下文

勾實之矩九以股弦差一爲廣股弦幷九爲袤而股實十六方其裏減矩勾之實九於弦實二十五開其餘十六即股四倍股四在兩邊爲從法八開矩勾之角九得一即股弦差加差一於股四爲弦五以差一

爲法除勾實九得股弦幷九以幷九爲法
除勾實九亦得股弦差一令幷九自乘得
八十一與勾實九共九十爲實倍幷九得
十八爲法除之所得亦弦五勾實九減幷
九自乘八十一餘七十二如法十八除之
爲股四

右第二段

股實之矩圖



趙君卿註曰股實之矩以勾弦差爲廣勾弦并爲袤而勾實方其裏減矩股之實於弦實開其餘即勾倍勾在兩邊爲從法開矩股之角即勾弦差加勾爲弦以差除股實得勾弦并以并除股實亦得勾弦差令并自乘與股實爲實倍并爲法所得亦弦股實減并自乘如法爲勾

載堉圖解曰勾弦差即今筭家所謂勾弦

較者是也勾弦幷即今筭家所謂勾弦和者是也此段大槩與上段同而其所不同者勾與股二字也

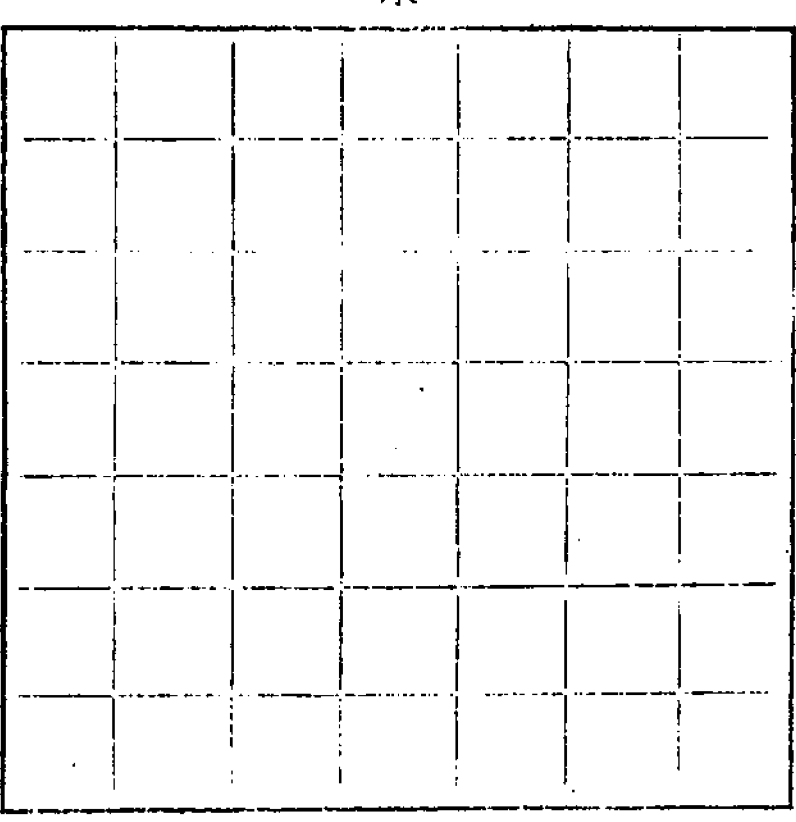
股實之矩十六以勾弦差二爲廣勾弦幷八爲袤而勾實九方其裏減矩股之實十六於弦實二十五開其餘九即勾三倍勾三在兩邊爲從法六開矩股之角十六得二即勾弦差加差二於勾三爲弦五以差

二為法除股實十六得勾弦并八以并八為法除股實十六亦得勾弦差二令并八自乘得六十四與股實十六共八十為實倍并八得十六為法除之所得亦弦五股實十六減并八自乘六十四餘四十八如法十六除之為勾三

右第三段

外大方面圖

朱



趙君卿註曰兩差相乘倍而開之所得以股弦差增之爲勾以勾弦差增之爲股兩差增之爲弦倍弦實列勾股差實見弦實者以圖考之倍弦實滿外大方而多黃實黃實之多即勾股差實以差實減之開其餘得外大方外大方之面即勾股幷也令幷自乘倍弦實乃減之開其餘得中黃方中黃方之面即勾股差以差減幷而半之

爲勾。加差於幷而半之爲股。

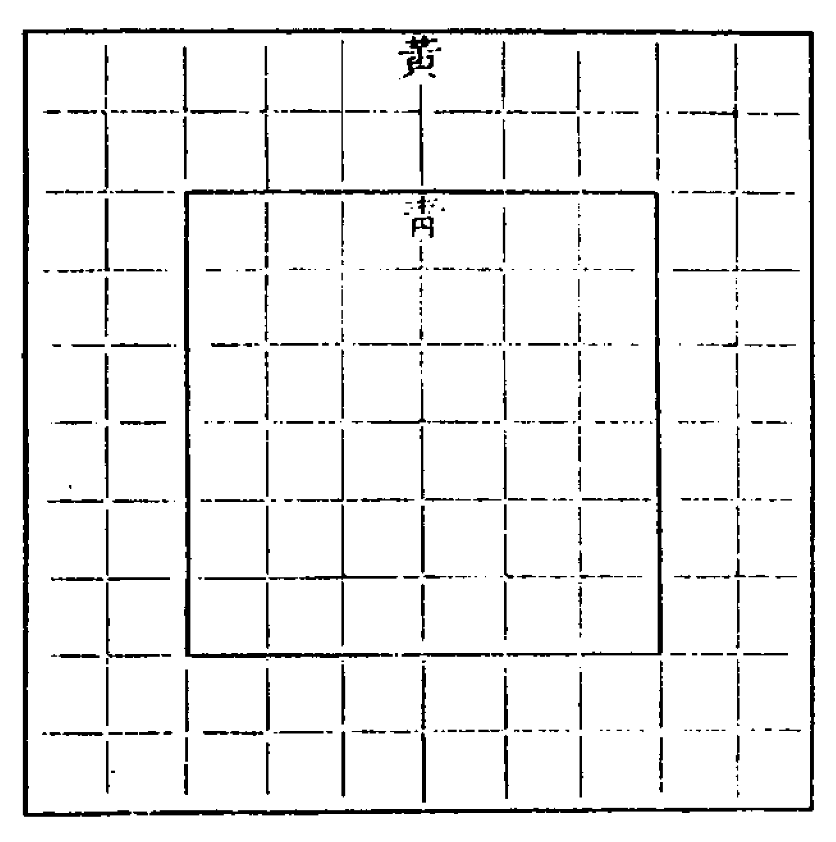
載堉圖解曰。此段總說上文三段之意。

兩差。勾股差一。勾弦差二。相乘。一二如二。倍而爲四。開之所得二。以股弦差一增之爲勾三。以勾弦差二增之爲股四。兩差一二增之爲弦五。倍弦實二十五得五十。列勾股差實一。見弦實二十五者以圖考之。倍弦實。得五十。滿外大方四十九。而多黃

實一黃實一之多即勾股差實一以差實
一減之五十開其餘四十九得外大方外
大方之面即勾股幷七也令幷七自乘得
四十九倍弦實二十五為五十乃以四十
九減之開其餘一得中黃方一中黃方一
之面即勾股差一以差一減幷七而半之
得三為勾加差一於幷七而半之得四為
股右第四段

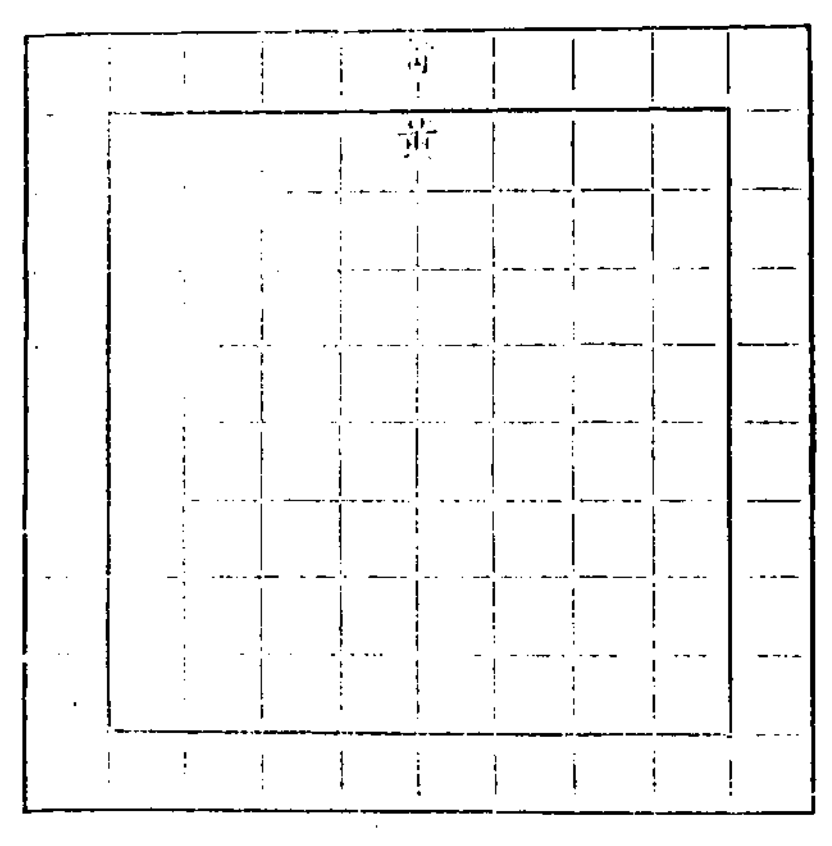
倍弦爲廣袤合圖

勾實



倍弦為廣袤合圖

股實



趙君卿註曰其倍弦爲廣袤合而令勾股見者自乘爲其實四實以減之開其餘所得爲差以差減合半其餘爲廣減廣於弦即所求也觀其迭相規矩共爲反覆互爲通分各有所得然則統敘羣倫弘稽衆理貫幽入微鉤深致遠故曰其裁制萬物唯所爲之也

李淳風註曰謹按列廣袤術宜云倍弦五

得十為廣袤合令自乘者十自乘得一百四實者大方廣袤之中有四方若據勾實而言一方之中有實九四實有三十六減上一百餘六十四開之得八即廣袤差此是股弦差減股弦幷餘數也若據股實而言一方之中有實十六四實有六十四減上一百餘三十六開之得六即廣袤差此是勾弦差減勾弦幷餘數也以差八六各

減合十餘二四半之得一二即股弦差二即勾弦差以差減弦倍之即廣袤差也
唐寅箋註曰大方之中有四弦實故四其勾實得三十六減之餘六十四開得八爲勾之廣袤差四其股實得六十四減之餘三十六開得六爲股之廣袤差以勾之廣袤差八減廣袤合十餘二半之爲勾之廣以股之廣袤差六減廣袤合十餘四半之

爲股之廣。所謂廣袤差者。勾廣一而袤九。股廣二而袤八。廣袤相減之餘也。

載堉圖解曰。此一段。當分作兩條解之。先就勾說。次就股說。詳見下文。

其倍弦五得十。爲廣袤合。而令勾股見者。

以弦五倍之。又自乘。得一百。爲其實。乃四

因勾實九。得三十六。以減一百之數。開其

餘六十四。所得八。爲差。以差八減合十。半

其餘得一。爲廣減廣於弦得四。卽所求股

四也。此就勾說。

其倍弦五得十。爲廣袤合而令勾股見者

以弦五倍之又自乘得一百。爲其實乃四

因股實十六得六十四。以減一百之數開

其餘三十六所得六。爲差以差六減合十。

半其餘得二。爲廣減廣於弦得三。卽所求

勾三也。此就股說。

右第五段

周髀筭經後序

宋鮑澣之撰

周髀筭經二卷。古蓋天之學也。以勾股之法度。天地之高厚。推日月之運行。而得其度數。其書出於商周之間。自周公受之於商高。周人志之。謂之周髀。其所從來遠矣。隋書經籍志。有周髀一卷。趙嬰註。周髀一卷。甄鸞重述。而唐之藝文志天文類有趙

嬰註周髀一卷甄鸞註周髀一卷其曆筭類仍有李淳風註周髀筭經二卷本此一書耳至於本朝崇文總目與夫中興館閣書目皆有周髀筭經二卷云趙君卿述甄鸞重述李淳風等註釋趙君卿名爽君卿其字也如是則在唐以前則有趙嬰之註而本朝以來則是趙爽之本所記不同意者趙嬰趙爽止是一人豈其字文相類轉

爲之誤耶。然亦當以隋唐之書爲正可也。
又崇文總目及李籍周髀音義皆云。趙君
卿不詳何代人。今以序文考之。有曰渾天
有靈憲之文。蓋天有周髀之法。靈憲乃張
衡之所作。實後漢安順之世。而甄鸞之重
述者。乃是解釋君卿之所註。出於宇文周
之世。以此推之。則君卿者。其亦魏晉之閒
人乎。若夫乘勾股朱黃之實。立倍差減并

之術。以盡開方之妙。百世之下莫之可易。則君卿者誠筭學之宗師也。

嘉定六年癸酉十一月一日丁卯冬至。承議郎。權知汀州軍州。兼管內勸農事。主管、坑冶。括蒼鮑澣之仲祺謹書。

載堉曰。齊有晏嬰。漢有灌嬰。皆大臣也。故趙嬰字君卿。蓋取此也。以此證之。爽字誤無疑矣。

句股圖解跋

辟如行遠必自邇辟如登高必自卑蓋名言哉句股筭術本非難曉人多以為難曉何也學之躐等而非循序故也愚按九章筭術所載句股備矣然於初學無所利益惟古周髀筭經所謂句為青實股為黃實弦為朱實者名義有可取蓋青者象天也黃者象地也朱者象人也取名初無別義聊以識別三實耳

或有不曉者而問於余。余以筭書所稱甲乙丙丁四人喻之。遂悟曰。恐是以色界畫。故曰青實等耳。余以爲然。乃用三色紙。而奇中尤奇。庶幾便於初學也。嗚呼。句股一術。雖在九章之末。實爲筭術之本。以方測圓。而弧矢之妙在是矣。初學由此漸入佳境。不可以其淺近而忽之也。是故列於弧矢眞理之前。爲弧矢之發軔也歟。句曲山人跋。